Autore: Dott. Pierpaolo Ferrante
Tel. 3297090374 - 067014405
e-mail: p.ferrante@essebiol.it

Introduzione

La distribuzione territoriale delle ambulanze di un Sistema Sanitario d'Emergenza (SSE) può essere rappresentata, e quindi valutata, tramite l'utilizzo di modelli probabilistici.
Ogni ambulanza copre un'area territoriale chiamata distretto, rispetto alla quale è la più vicina tra tutte le ambulanze del SSE.

Un servizio di emergenza si definisce interdistrettuale se non è stato erogato dall'ambulanza più vicina al luogo dell'infortunio e comporta un aumento del tempo medio di arrivo sul luogo dell'incidente e del carico di lavoro del veicolo inviato.
Il numero di servizi interdistrettuali effettuati in un intervallo di tempo [0,*t*) può, perciò, essere utilizzato per valutare l'efficacia di un SSE [1] e può essere stimato rappresentando il lavoro svolto da un'ambulanza, con un sistema di coda *M*/*M*/1/1 (per approfondimenti consultare Medhi [3]).

Un sistema *M*/*M*/1/1 non consente la formazione di una fila d'attesa e qualora arriva una chiamata mentre il mezzo distrettuale è già occupato, questa viene dirottata verso un altro sistema *M*/*M*/1/1 (un'altra ambulanza).

Per un modello *M*/*M*/1/1 il numero medio di chiamate che arriva nell'intervallo temporale [0,*t*) e che trova la propria ambulanza distrettuale occupata, è stato calcolato in Ferrante [1] e [2] e può essere utilizzato per misurare la porzione di domanda che un'ambulanza riesce a soddisfare.
Inoltre, tramite la media di servizi interdistrettuali effettuati, in un intervallo temporale [0,*t*), dalle ambulanze di un SSE, si può stabilire la distribuzione territoriale di mezzi d'emergenza più efficace, tra più configurazioni ipotizzate aventi lo stesso numero di ambulanze.
Ad esempio, siano *A* e *B* due diverse distribuzioni territoriali di ambulanze, *A* quasi certamente ha un tempo medio d'arrivo inferiore rispetto a *B* se:

$$I_A \leq I_B,$$

dove I_A è il numero medio di servizi interdistrettuali effettuati da *A* e I_B è il numero medio di servizi interdistrettuali effettuati da *B*.
Per calcolare l'indicatore del numero di servizi interdistrettuali di una distribuzione di ambulanze sul territorio occorrono due parametri per ogni ambulanza che sono il tempo medio di servizio ($1/\mu$) ed il numero medio orario di richieste di soccorso distrettuali assegnate (λ).

Formalizzazione dell'indicatore di chiamate interdistrettuali

Un sistema sanitario di emergenza associa prevalentemente un'ambulanza ad ogni richiesta d'emergenza, seguendo un ordine preferenziale predeterminato e basato sulla stima del tempo medio di arrivo sul luogo dell'incidente.

[1] L'efficacia di un SSE viene misurata in termini di tempo medio di arrivo sul luogo dell'incidente.

Ipotizzando che ogni chiamata d'emergenza sia servita da una sola ambulanza e che ci sia indipendenza sia tra i tempi di servizio sia tra gli inter-tempi d'arrivo tra due chiamate successive (Proprietà di Markov), il sistema 118 con *m* ambulanze può essere rappresentato matematicamente da un modello di coda *M/M/m/m* con entrate ordinate.
Inoltre, se ogni chiamata fosse sempre servita dall'ambulanza più vicina (unità distrettuale), tale sistema si ridurrebbe a *m* sistemi *M/M/*1/1 ed il problema del miglioramento dell'efficienza si ridurrebbe ad un problema di copertura[2].
In Ferrante [1], si è calcolata la media di chiamate perse da un'ambulanza nell'intervallo temporale [0,*t*) ed in questa sede ne viene proposto l'utilizzo per stimare il numero di servizi interdistrettuali di un Sistema Sanitario d'Emergenza.
Sia $\nu(0)$ una variabile dicotomica che indica se l'ambulanza è libera ($\nu(0)=0$) o occupata ($\nu(0)=1$) al tempo zero (inizio osservazione), sia $L_i(t)$ il numero di chiamate perse nell'intervallo temporale [0,*t*) dall'*i*.ma ambulanza (*i* = 1,…,*m*) e siano, λ_i e μ_i rispettivamente il numero medio orario distrettuale di richieste di soccorso e di servizi effettuati dell'ambulanza *i*.ma.
Sia, inoltre, $E_i(t)=E(L_i(t);\nu(0)=0)$ il numero medio di chiamate per l'*i*.ma ambulanza, considerata libera al tempo iniziale d'osservazione, che viene dirottato verso un'altra unità nell'intervallo di tempo [0,*t*).
L'espressione che descrive la media $E_i(t)$ nel sistema *M/M/*1/1 è la seguente (vedi Ferrante [1]):

$$E_i(t)=-\left(\frac{\lambda_i}{\lambda_i+\mu_i}\right)^2+\left(\frac{\lambda_i^2}{\lambda_i+\mu_i}\right)t+\left(\frac{\lambda_i}{\lambda_i+\mu_i}\right)^2 e^{-t(\lambda_i+\mu_i)}. \qquad (1)$$

L'indicatore proposto in questa sede per stimare il numero di servizi interdistrettuali in [0,*t*) da un SSE con *m* ambulanze, è la seguente media di chiamate perse da *m* sistemi *M/M/*1/1 (o *m* ambulanze indipendenti):

$$I(t)=\frac{\lambda_i}{\lambda}\sum_{i=1}^{m}E_i(t) \quad \text{con} \quad \sum_{i=1}^{m}\lambda_i=\lambda\,,$$

dove $E_i(t)$ è calcolato tramite la formula (1) e i pesi $\frac{\lambda_i}{\lambda}$ rappresentano la porzione di domanda associata ad ogni ambulanza.

Questo indicatore può essere usato come criterio di confronto nella scelta di diverse ipotesi di localizzazione. Infatti, tra *n* configurazioni possibili dello stesso numero di ambulanze in una città, tutte soddisfacenti lo stesso vincolo di copertura[3], è possibile utilizzare l'indicatore di chiamate perse (funzione obiettivo da minimizzare) per stabilire un ordine di preferenza.

In altre parole, la configurazione *k* è la migliore tra le *n* ipotizzate se:

$$I_k(t)\le I_m(t) \text{ con } m=1,2,...,n\,.$$

[2] Un problema di copertura non considera l'eventualità che al momento di arrivo di una chiamata d'emergenza l'ambulanza più vicina al luogo dell'incidente possa essere occupata.
[3] Ogni punto di domanda deve avere il tempo medio di arrivo dell'ambulanza distrettuale inferiore ad un limite predeterminato.

Bibliografia

[1] P. Ferrante, “*Lost Customers in M/M/1/1 Loss System*”, Lithuanian Mathematical Journal, Vol. 49, No 2, 2009, pp. 162-174, DOI 10.1007/s10986-009-9046-8.

[2] Pierpaolo Ferrante, “Interloss Time in M/M/1/1 Loss System,” *Journal of Applied Mathematics and Stochastic Analysis*, vol. 2009, Article ID 308025, 14 pages, 2009. doi:10.1155/2009/308025

[3] J. Medhi, “*Stochastic Models in Queueing Theory - 2nd Edition*”, Academic Press Inc. Ltd., London, 2002.